

PICCOLE CURIOSITÀ FRA LUCI ED OMBRE

Erika D'Ambrosio¹, Dottore di Ricerca in Fisica

December 23, 2015

AO59 UNICA ED INDIVISIBILE

¹Istituto Comprensivo *Mohandas Karamchand Gandhi*, Via Nenni 25 , Pontedera 56025, Tel. and Fax. +39 0587 52680, piic837006@istruzione.it

Chapter 1

La misura

Se si leggono le Indicazioni Nazionali e gli obiettivi previsti a completamento del primo ciclo d'istruzione, si trova un grande rilievo attribuito all'utilizzo del piano cartesiano, sia per la lettura delle figure che per definire le misure di varie grandezze, partendo dall'unità stabilita come riferimento ed usandola appropriatamente. Il concetto di misura è legato profondamente alle scienze ed allo stesso metodo sperimentale. A proposito di procedure dirette ed indirette per osservare quantitativamente e misurare, i miei ragazzi di terza hanno dimostrato molto entusiasmo ed interesse nel riconoscere che il concetto di proporzionalità, similitudine e linearità è, in realtà, indivisibile. Questo è stato reso possibile da una piccola unità didattica, rivelatasi poi una grande esperienza per tutti quanti noi, per quello che abbiamo appreso dagli errori superficiali commessi, per ciò che insieme è più gradevole imparare e per quella sensazione di autenticità che una lettura dei testi (aritmetica e geometria) non sa trasmettere.

Di seguito la espongo.

Si tratta di un vero e proprio miscuglio di spunti dai quali la progettazione e la conduzione si è naturalmente sviluppata e di varie annotazioni su quanto i miei allievi hanno appreso.

1.1 I libri, la storia

Circa nel 500 a.C. Talete misurò l'altezza della piramide di Cheope. Una volta che la sua ombra avesse coinciso con l'impronta del suo corpo nella sabbia, egli avrebbe fornito quella grandezza [2]. Un'operazione senza operazioni. Una

misura senza strumenti. Non fece uso di similitudini o proporzioni. Queste si possono applicare nel caso del problema di Fig.1.1 per valutare la distanza di un oggetto lontano.

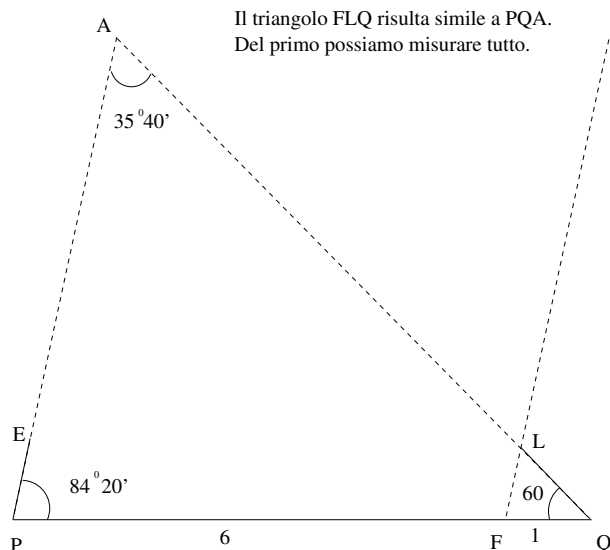


Figure 1.1: Del triangolo grande è misurabile solamente PQ . Si usano dei rapporti, trigonometricamente definiti **seni**. La tecnica della parallasse applica appieno il primo criterio di similitudine e richiama gli stessi concetti utilizzati nella triangolazione, quando si stima la posizione di città che non appaiono su una cartina geografica più sintetica, rispetto ad una dettagliata. Grazie alla proporzionalità fra lati omologhi, è possibile risalire agli uni misurando ciascuno degli altri.

Due triangoli sono simili se hanno angoli uguali oppure i lati in proporzione o anche solamente due di essi se è costante l'inclinazione reciproca. I poligoni regolari sono tutti **simili**.

In Fig.1.2 alcuni prerequisiti di base sono sintetizzati. Utilizzando i cartoncini $A \propto h$ come pure $A \propto b$ concludendo infine $A \propto bh$.

Nelle scuole secondarie, si possono fare riferimenti al piano cartesiano ed alla trigonometria applicabili a Fig.1.2 e Fig.1.1 rispettivamente. Poiché *est modus in rebus* occorre dare precedenza ai punti fondamentali; insegnando alla scuola secondaria di primo grado, volutamente evito argomenti di difficile trattazione perché la mia personale opinione è che sia meglio non estendere le conoscenze in maniera superficiale o introdurre cenni inspiegabili. Piuttosto privilegio le conoscenze basilari ma non approssimo quelle secondarie.

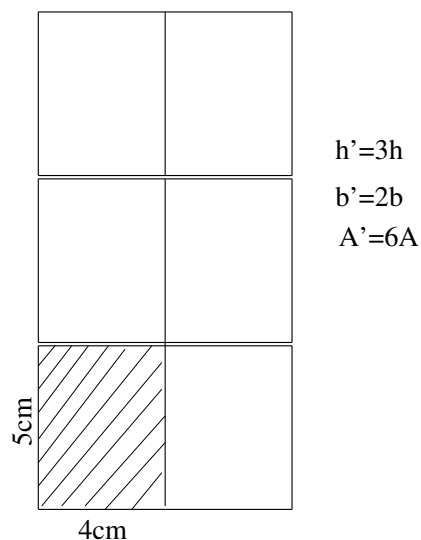


Figure 1.2: L'area è proporzionale al prodotto di base ed altezza e quando queste vengono moltiplicate per dei fattori, essa aumenta del prodotto di questi (come nell'esempio illustrato).

1.2 Unità didattica sui triangoli simili

Ho condotto l'attività di seguito riportata, nei mesi di Ottobre e Novembre in una mia classe terza.

PREREQUISITI

- I concetti di perpendicolarità e parallelismo
- Le proprietà dei poligoni e dei triangoli simili
- I sistemi di misura decimali e non

CONTENUTI

- Proporzionalità
- Parallelismo
- Criteri di similitudine
- Confronto tra lunghezze
- Confronto tra aree

L'obiettivo è quello di sfruttare il parallelismo dei raggi solari per vedere, con i propri occhi, la similitudine che emerge fra i triangoli creati da oggetti prevalentemente sottili e disposti perpendicolarmente al suolo e le ombre. Avevo proposto questo percorso in precedenza, ma gli stimoli ricevuti dai miei scolari mi hanno spinto a lasciare loro molta più autonomia, evitando di correggerli e con il risultato che la natura di certi errori è stata individuata e discussa.



Figure 1.3: Ciascuno è stato lasciato volutamente libero di decidere quale oggetto utilizzare nella prova.

CONOSCENZE

- Comprensione dei criteri di similitudine attraverso una **verifica diretta e personale** dei TRE enunciati

ABILITÀ

- Riconoscere la similitudine fra tutti i triangoli tracciati
- Evidenziare la connessione fra risultati ottenuti e parallelismo dei raggi solari (ossia delle ipotenuse)
- Riconoscere gli angoli congruenti
- Descrivere la proporzionalità sia fra i soli cateti che fra tutti i lati dei triangoli rettangoli tracciati
- Calcolare perimetro ed area

Al fine di raggiungere più induttivamente possibile gli obiettivi, ho proposto alla classe una seconda osservazione, a distanza di circa un mese dalla prima ed ho constatato che facendo il confronto tra quanto emerso nelle due occasioni, le corrette riflessioni sono emerse spontaneamente, in maniera naturale

e con tempi magari diversi, ma senza grosse difficoltà da parte di tutti quanti i discenti (compresi quelli meno intuitivi). A tale scopo, sono state anche qualitativamente considerate le ombre generate da sorgenti di luce prossime. Le riflessioni in merito da parte dei ragazzi, hanno fornito lo spunto ad uno di loro, per ipotizzare la variazione causata dalla maggiore inclinazione dei raggi solari, nell'osservazione successiva.



Figure 1.4: Come riportare su un asse l'altezza dell'oggetto del quale viene registrata l'ombra è una questione non banale, tanto che gli studenti ne hanno discusso a lungo, specialmente la seconda volta in cui la stessa prova è stata effettuata, in diverse condizioni.

METODOLOGIA

- Introduzione problematica agli argomenti
- Discussione interattiva parzialmente guidata
- Collegamento alle personali esperienze
- Lavoro di riflessione mediante il gioco del “cosa ci aspettiamo se e come cambierebbe qualora...” svolto collettivamente
- Preparazione alla verifica sperimentale

REALIZZAZIONE

- Supervisione blanda dell'accuratezza nell'applicazione di quanto condiviso su procedure ed osservazioni
- Analisi delle similitudini e discussione delle possibili cause per qualche triangolo dissimile dagli altri

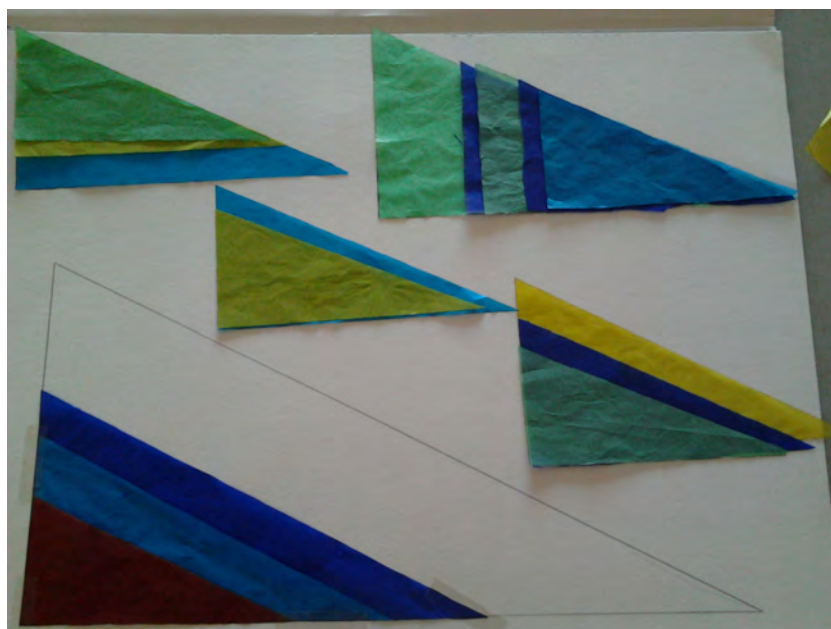


Figure 1.5: I triangoli rettangoli formati dall'altezza degli oggetti di cui è stata riportata l'ombra e la lunghezza di questa, sono ricalcati su fogli di carta velina e ritagliati.

La classe è stata divisa prima in quattro gruppi, caratterizzati da oggetti di tipo simile per i quali gli allievi avevano riportato su carta millimetrata sia altezza che lunghezza dell'ombra proiettata dal sole, poi sono stati scambiati e formati gruppi altresì eterogenei.

Sono emerse difficoltà nella definizione di una misura unidimensionale, quando si lavora con diari o colle, mentre matite e pennarelli hanno reso più diretta la relazione fra i cateti dei triangoli, riportati su carta velina affinché si potessero studiare le sovrapposizioni. Le ipotenuse in Fig.1.6 rappresentano gli invisibili raggi solari. Sono poi stati usati i triangoli di Fig.1.5 per studiare la similitudine. In passato, oltre ad inserire i triangoli più piccoli all'interno di quelli più grande (in maniera da far coincidere un angolo alla volta e realizzare quanto il libro di geometria sostiene) avevo fatto costruire la retta formata dall'insieme delle ipotenuse, tutte sovrapposte. Praticamente ottenevamo il risultato di Fig.1.6 ribaltato. Di fatto x rappresentava il cateto lungo mentre y quello corto. Agli allievi della classe terza di quest'anno ho invece chiesto di riportare personalmente tutti quanti i valori misurati della lunghezza dell'ombra

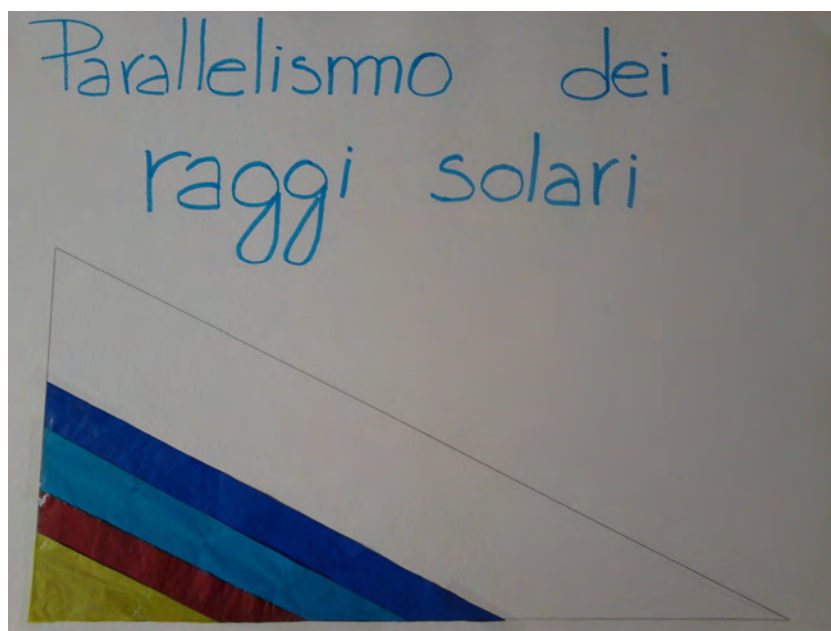


Figure 1.6: Gli intangibili raggi solari sono resi manifesti dalle ipotenuse parallele dei triangoli ottenuti.

rilevata e dell'altezza dell'oggetto, come ricavati dai fogli di carta millimetrata di ciascuno, sugli assi cartesiani in Fig.1.8 di cui Fig.1.9 è un ingrandimento. Come ero certa sarebbe accaduto, qualcuno ha invertito ascissa ed ordinata e l'evidente sbaglio ha stimolato un'immediata spiegazione da parte degli stessi allievi, sulla causa del disallineamento. L'aria del laboratorio sembra favorire la discussione fra i miei alunni, perché non solo espongono i propri pensieri più liberamente che fra i banchi, ma anche implicitamente accettano come naturale l'imperfezione dei dati raccolti (facendo misurazioni).

L'astrazione che si trova nei testi di matematica, difficilmente viene collegata ad un'esigenza di generalizzazione di quanto si osserva nella realtà; spesso i miei ragazzi non colgono l'applicabilità di ciò che i libri riportano, quasi l'algebra e la geometria fossero discipline volte ad allenare la mente e che si dovrebbero rivelare utili ad un certo punto della vita, come conoscenze cruciali per la realizzazione professionale.

“Ad un certo punto”.

Inoltre aritmetica e scienze sono studiate separatamente e con piacere ho colto l'occasione per evocare quante più conoscenze possibili, lavorando su



Figure 1.7: Dopo aver osservato che ciascuno dei tre angoli è congruente a ciascun corrispondente in qualsiasi altro triangolo (muovendo all'interno di uno fra quelli più grandi uno meno esteso) sono state fissate su un cartone alcune sovrapposizioni a fine attività.

rapporti fra lati e congruenze di angoli, utilizzando materiali ottenuti da una misura di fatto semplice ma che per i miei allievi ha avuto il fascino dell'autenticità.



Figure 1.8: Nel piano cartesiano sono riportate l'altezza e l'ombra di tutti gli oggetti utilizzati durante la prima osservazione; è stato suggerito che il colore di ogni punto fosse il medesimo della carta velina dei relativi triangoli (uno per ciascun allievo).



Figure 1.9: Le misure fatte sono state lo spunto per discutere di rette e di proporzionalità, lontano dai libri.

Bibliography

- [1] <http://www.cidi.it/cms/open/item/filename/297/pensare-e-misurare-incertezza-casaglia-2005.pdf>
- [2] *Il Teorema del Pappagallo* Denis Guedj (Longanesi&C)